

2018~2019学年天津河西区天津市海河中学高二下学期期中数学试卷

一、选择题 (本大题共8小题, 每小题5分, 共40分)

1. 设 $\frac{2+i}{i+1} - 2i = a + bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$, i 为虚数单位), 则 $b - ai$ 的表达式为 () .

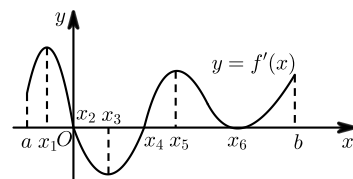
A. $-\frac{5}{2} - \frac{3}{2}i$

B. $\frac{5}{2} - \frac{3}{2}i$

C. $\frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$

D. $-\frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$

2. 图中是函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 的图象, 那么函数 $y = f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 内的极值点个数为 () .



A. 4

B. 3

C. 2

D. 0

3. 安排3名志愿者完成4项工作, 每人至少完成1项, 每项工作由1人完成, 则不同的安排方式共有 () .

A. 36种

B. 18种

C. 24种

D. 12种

4. $C_3^0 + C_4^1 + C_5^2 + C_6^3 + \dots + C_{20}^{17}$ 的值为 () .

A. C_{21}^3

B. C_{20}^3

C. C_{20}^4

D. C_{21}^4

5. 随机变量 $\xi \sim B(n, p)$, 且 $E(\xi) = 300$, $D(\xi) = 200$, 则 $\frac{n}{p}$ 等于 () .

A. 3200

B. 2700

C. 1350

D. 1200

6. 由数字1, 2, 3, ..., 9组成的三位数中, 各位数字按严格递增 (如 "156") 或严格递减 (如 "421") 顺序排列的数的个数是 () .

A. 120

B. 168

C. 204

D. 216

7. 某地区空气质量监测资料表明, 一天的空气质量为优良的概率是0.8, 连续两天为优良的概率是0.6, 已知某天的空气质量为优良, 则随后一天的空气质量为优良的概率是 () .

A. 0.48

B. 0.12

C. 0.75

D. 0.32

8. 若函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + a \ln x$ 有唯一一个极值点, 则实数 a 的取值范围是 () .

A. $a < 0$

B. $a < 0$ 或 $a = 1$

C. $a \leq 0$

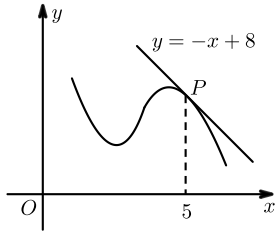
D. $a \leq 0$ 或 $a = 1$

二、填空题（本大题共6小题，每小题5分，共30分）

9. 已知 $f(x) = x - 2 \sin x$ ，求 $f'(0) =$ _____.

10. $(x^2 + x + y)^5$ 的展开式中， x^5y^2 的系数为_____.

11. 如图所示，若函数 $y = f(x)$ 在点 P 处的切线方程是 $y = -x + 8$ ，则 $f(5) + f'(5) =$ _____.



12. 随机变量 $X \sim N(3, \sigma^2)$ ，且 $P(0 < X < 3) = 0.35$ ， $P(X > 6) =$ _____.

13. 某篮球运动员投中篮球的概率为 $\frac{2}{3}$ ，则该运动员“投篮3次至多投中1次”的概率是_____。（结果用分数表示）.

14. 下列说法：

- ①将一组数据中的每个数据都加上或减去同一个常数后，方差恒不变；
 - ②设有一个回归方程 $\hat{y} = 3 - 5x$ ，若变量 x 增加一个单位时，则 y 平均增加5个单位；
 - ③线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ，所在直线必过 $(\bar{x}, \bar{y})$ ；
 - ④曲线上的点与该点的坐标之间具有相关关系；
 - ⑤在一个 2×2 列联表中，由计算得 $K^2 = 13.079$ ，则其两个变量之间有关系的可能性是90%；
- 其中错误的是_____.

三、解答题（本大题共6小题，共80分）

15. 设 $(1 - 2x)^{2013} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{2013}x^{2013} (x \in \mathbf{R})$.

(1) 求 $a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{2013}$ 的值.

(2) 求 $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{2013}$ 的值.

(3) 求 $|a_0| + |a_1| + |a_2| + \cdots + |a_{2013}|$ 的值.

16. 若 $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^2}\right)^n$ 的展开式的二项式系数和为128.

(1) 求 n 的值.

(2) 求展开式中二项式系数的最大项.

17. 一袋中有7个大小相同的小球，其中有2个红球，3个黄球，2个蓝球，从中任取3个小球.

(1) 求红、黄、蓝三种颜色的小球各取1个的概率.

(2) 设 X 表示取到的蓝色小球的个数，求 X 的分布列和数学期望.

18. 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$, 若其导函数 $f'(x) > 0$ 的 x 的取值范围为 $(1, 3)$.

(1) 判断 $f(x)$ 的单调性.

(2) 若已知函数 $f(x)$ 的极小值为 -4 , 求 $f(x)$ 的解析式与极大值.

19. 经调查统计, 网民在网上光顾某淘宝小店, 经过一番浏览后, 对该店铺中的 A, B, C 三种商品有购买意向, 该淘宝小店推出买一种送5元优惠券的活动.

已知某网民购买 A, B, C 商品的概率分别为 $\frac{2}{3}, p_1, p_2$, 其中 $p_1 < p_2$, 至少购买一种的概率为 $\frac{23}{24}$, 最多购买两种的概率为 $\frac{3}{4}$. 假设该网民是否购买这三种商品相互独立.

(1) 求该网民分别购买 B, C 两种商品的概率.

(2) 用随机变量 X 表示该网民购买商品所享受的优惠券钱数, 求 X 的分布列和数学期望.

20. 设函数 $f(x) = xe^{kx} (k \neq 0)$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程.

(2) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

(3) 设 $g(x) = x^2 - 2bx + 4$, 当 $k = 1$ 时, 若对任意的 $x_1 \in \mathbf{R}$, 存在 $x_2 \in [1, 2]$, 使得 $f(x_1) \geq g(x_2)$, 求实数 b 的取值范围.